



1051O-NWWCE

بررسی توانایی رگرسیون مقاوم در تخمین اکسیژن خواهی شیمیایی خروجی زلال‌ساز تصفیه‌خانه صنعتی

غلامرضا نبی بیدهندی^۱، پرهام پهلوانی^۲، میلاد ابوذری^۳

۱- استاد گروه مهندسی محیط‌زیست دانشگاه تهران

۲- استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی دانشگاه تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی محیط‌زیست دانشگاه تهران

milad.abuzari@ut.ac.ir

خلاصه

در راستای افزایش بهبود کیفیت پساب صنعتی و مدیریت بهتر آن‌ها، باید راهکاری ساده و با دقت مناسب برای تخمین فرآیندها ایجاد نمود و از طرفی با توجه به این که فرایندهای تصفیه به صورت سیستم جعبه سیاه^۱ می‌باشد و به دلیل تأثیرپذیری اکثر عوامل دخیل در سیستم و مشکلات جمع آوری آرد داده در مدل‌های فیزیکی لذا استفاده از آمار و روش‌های رگرسیونی می‌تواند راهگشا باشد. لذا هرچه مدل ساده‌تر و با متغیرهای ورودی کمتری باشد مدل مربوطه اهمیت بیشتری خواهد داشت. ورودی مدل پیشنهادی شامل داده‌های خروجی واحد بیولوژیکی و پارامتر خروجی مدل، میزان اکسیژن خواهی شیمیایی^۲ واحد زلال‌ساز می‌باشد. همچنین برای مقایسه کارایی مدل‌ها از ضریب تبیین^۳، میانگین مجموع خطاهای^۴ و ضریب همبستگی^۵ استفاده می‌کنیم. تمام تمرکز این تحقیق روی ارائه یک مدل داده‌منا و بهبود آن و سپس مقایسه آن با روش‌های مشابه می‌باشد. این تخمین‌ها برای داده‌های خروجی واحد‌هast و داده‌های ورودی و خروجی به صورت داده‌های کیفی می‌باشند. درنهایت یک رابطه خطی با مدل رگرسیون مقاوم^۶ با شاخص‌های MSE=۰.۸۹۰۵۴، R-Square=۰.۷۸۴۷۲۷، R=۰.۹۶ و R-Coefficient=۰.۱۳ ارائه شده است.

کلمات کلیدی: تصفیه‌خانه پتروشیمی فجر، مدل‌سازی خطی، رگرسیون مقاوم، اکسیژن خواهی شیمیایی

۱. مقدمه

از مزایای عده‌های داده‌منا، عدم نیاز به در ک ک پیشرفت‌های از فیزیک و ریاضی در استفاده از آن‌ها می‌باشد که این اهم، احتمال خطای محاسباتی یا مفهومی را کاهش می‌دهد^[۱]. یکی از ابزارهایی که در دهه اخیر به دلیل وفور جمع آوری داده‌ها، بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرید روش‌های محاسبات هوشی^۷ می‌باشد. اگر ما بتوانیم مدلی کارآمد و مناسب برای تخمین پارامترهای خروجی هر واحد تصفیه‌خانه بیاییم در نتیجه با توجه به انواع فرایندهای فیزیکی و شیمیایی و بیولوژیکی، بهترین تصمیم‌گیری‌های فنی را برای بهره‌برداری بهتر به کار خواهیم برد. در این تحقیق تنها ابزار ما داده‌های گذشته واحد فرایند مربوطه می‌باشد که به با توجه به شرایط واقعی^۸ توسط ابزارهای مربوطه یا روش‌های آزمایشگاهی و یا با ابزار دقیق به صورت ۸ ساعتی و به مدت ۱۳ ماه اندازه‌گیری شده‌اند. در رابطه با پیشینه تحقیق حاضر مطالعات مشابهی و با روش‌های متفاوت در سال‌های قبل صورت گرفته

1- Black Box.

2- Chemical Oxygen Demand (COD).

3- Coefficient of Determination (R-Square).

4- Mean square error (MSE).

5- Correlation of Coefficient (R).

6- Robust regression.

7- Intelligent methods

8- Full-Scale

است. بورلین و همکاران (۲۰۱۰) در تحقیق خود با استفاده از MLR و روش کمترین مربعات و رگرسیون تکه‌ای^۱ به تخمین میزان COD در تصفیه‌خانه واقع در ایالت زاگرس کرواسی پرداختند و داده‌های آن‌ها به صورت روزانه جمع‌آوری می‌شد و درنهایت مدل رگرسیونی برای قسمت مرطبه ارائه نمودند [2]. حمید زارع (۲۰۱۴) به بررسی تفاوت میزان تخمین COD و BOD^۲ در تصفیه‌خانه شهری اکباتان تهران به دو روش استفاده از رگرسیون‌های خطی^۳ و شبکه‌های عصبی^۴ پرداخت. همچنین میزان قدرت مدل‌ها را نیز با R و RMSE^۵ اندازه‌گیری نمود. نتایج حاکی از آن بود که قدرت ANN به مرتب از MLR بیشتر می‌باشد [3]. موردنی که همه محقق‌ها در صدد آن بوده‌اند و در واقع در تحقیق خود در مورد آن کوتاهی نموده‌اند آن است که در بعضی از متغیرهای ورودی و خروجی واحدهای تصفیه‌خانه، شاهد داده‌های اصطلاحاً پرت هستیم که مقادیرشان با مقادیر دیگر مشاهدات متفاوت است که معمولاً قبل از استفاده برخی روش‌های آزمون آماری آن‌ها را کنار می‌گذارند در حالی که ممکن است زنگ هشداری برای مدل‌سازی باشد و نباید اینگونه عمل کرد [4]. در برخورد با داده‌های پرت ابتدا باید در صورت امکان تحقیق کرد که وجود آن‌ها ناشی از خطای اندازه‌گیری یا نوشتاری نباشد و در صورتی که موردنی مشاهده نشد ترجیح براین است نقطه پرت را در نظر گرفت و ممکن است داده معتبری باشد و در صورتی که امکان تکرار با در نظر گرفتن وقت و هزینه و امکان عمل نباشد به صرف اینکه داده غیرعادی است نباید کنار گذاشته شود. در نتیجه در صورتی که با روش‌های مختلف نرمال‌سازی توان نرمال بودن داده‌های بعضی متغیرها را انجام داد به جای فرایند حذف بهتر است از روش‌های مقاوم به داده‌های پرت استفاده نمود هدف اصلی ما در این تحقیق تخمین داده‌های خروجی واحد زلال‌ساز تصفیه‌خانه فجر با ساده‌ترین و بهترین حالت و با استفاده از شناخت داده‌های ورودی تصفیه‌خانه در هر بخش می‌باشد که به عبارتی مدیریت فرایند را علاوه بر تجربی و آزمایشگاهی که نیازمند صرف وقت و هزینه است به صورت ساده‌ترین حالت آماری بیان می‌کنیم [5]. قابل توجه است که با توجه به نام گذاری این واحدها توسط بهره‌بردار و جهت جلوگیری از سردرگمی، واحد زلال‌ساز به آدرس ۶۸۱۳ و واحدهای بیولوژیکی A و B به صورت ۶۸۰۶-A و ۶۸۰۶-B نام گذاری شده‌اند.

۲. منطقه مورد مطالعه

شرکت پتروشیمی فجر در سال ۱۳۷۷ ه.ش با هدف تامین مواد موردنیاز مجتمع‌های منطقه ویژه اقتصادی پتروشیمی بندر امام خمینی به صورت متمرکز احداث گردید. با توجه به اینکه تصفیه پساب مجتمع‌های منطقه ویژه از اقدامات زیست‌محیطی شرکت پتروشیمی فجر در منطقه محاسب می‌گردد. در این بخش فرایند واحد تصفیه پساب ارائه گردیده است. این منطقه در بین عرض جغرافیایی "۰۰.۲' ۲۹' ۳۰' شمالی و طول جغرافیایی "۵۹.۸' ۰۴' ۴۹' شرقی قرار دارد. ظرفیت این مجموعه ۴۶۰ متر مکعب بر ثانیه می‌باشد [6]. پساب تصفیه شده در قسمت بیولوژیکی پس از عبور از حوضچه‌های هوادهی از طریق دیواره تیغه‌ای موجود در حوضچه‌ها سرریز کرده و توسط نیروی نقل به طرف زلال‌ساز ارسال می‌گردد. پساب از طریق یک لاین به مرکز زلال‌ساز وارد می‌شود. در مرکز زلال‌ساز یک توزیع کننده بتی قرار دارد که پساب را از طریق سوراخ‌های خود به صورت مساوی و در جهات مختلف وارد مخزن دایره‌ای شکل زلال‌ساز می‌کند. در حقیقت پساب به گونه‌ای وارد زلال‌ساز می‌شود که باعث برهم زدن آب نخواهد شد. لجن فعال پس از ورود به زلال‌ساز با زمان ماندی که به آن داده می‌شود به آرامی از پساب تصفیه جدا شده و تهشیش می‌شود. پساب تصفیه شده نیز از طریق دیواره‌های کنگره‌ای که دورتا دور زلال‌ساز قرار گرفته سرریز کرده و با پساب زلال شده زلال‌ساز دیگر ترکیب شده و به مرحله بعد ارسال می‌گردد. خروجی زلال‌ساز از طریق نیروی ثقل به طرف حوضچه کلرزنی جریان می‌یابد. بر سر راه لاین خروجی زلال‌سازها به حوضچه کلرزنی یک لاین کوچک تریق آب ژاول جهت تامین کل آزاد وجود دارد. آب خروجی از حوضچه کلرزنی که اینک آب تصفیه شده خوانده می‌شود از طریق تیغه سرریز به خروجی هدایت شده و به خور می‌ریزد. از این آب می‌توان جهت آب باگبانی و یا رقیق‌سازی سایر پساب‌های ورودی به واحد نیز استفاده کرد (شکل ۱) [7].

- 1- Particular least square (PLR)
- 2- Biological Oxygen Demand
- 3- Multiple Linear Regression (MLR)
- 4- Artificial Neural Network (ANN)
- 5- Relative Mean Square Error

۳. روش تحقیق

۳.۱ رگرسیون خطی ساده و چندگانه

به طور کل هدف از رگرسیون، پیش‌بینی یک متغیر مجهول با استفاده از متغیرهای موجود دیگر می‌باشد. مدل رگرسیونی ساده خطی به صورت زیر است:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \quad (1)$$

که y_i و x_i متغیر وابسته یا متغیر مستقل می‌باشد و β_0 عرض از مبدأ و β_1 شیب معادله با n مشاهده می‌باشد. خطای ϵ_i یک متغیر تصادفی است به عبارتی مقدار آن تحت کنترل تحلیل گر نیست و از تغییرپذیری طبیعی در ذات سیستم نشات می‌گیرد. لازم به ذکر است که استفاده از روش‌های رگرسیونی ساده تنها با استفاده از شرط‌های زیر می‌باشد:

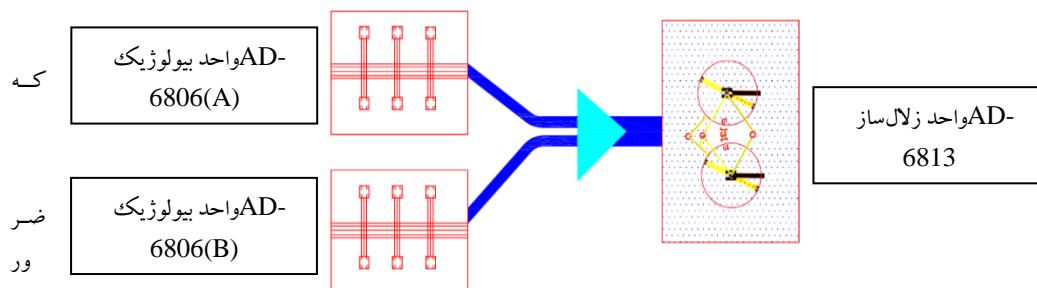
- Y رابطه خطی با X دارد و شکل مدل درست است.

- داده‌های استفاده شده برای مدل معرف داده‌های مورد نظر هستند.

- واریانس باقیمانده‌ها ثابت است و به X یا هر چیز دیگری بستگی ندارد.

- باقیمانده‌ها مستقل‌اند.

- باقیمانده‌ها توزیع مستقل دارند.



شکل ۱ : سیستم جداگانه مربوط به ارتباط واحد زلال‌ساز و قسمت تصفیه بیولوژیکی

ت برآورد کردن آن‌ها با هدفی که از به کار گیری مدل رگرسیونی انتظار می‌رود دنبال می‌شود. همچنین انتظار است که خط رگرسیون، به صورت میانگین شرطی، کمایش میانگین یک نمونه به داده‌های پرت حساس باشد. یکی از مدل‌های رگرسیونی مدل حداقل مربعات معمولی^۱ می‌باشد که بر پایه مینیمم کردن اختلاف مشاهدات و برآوردها در هر مرحله می‌باشد. حال ممکن است در داده‌ها شرایط به گونه‌ای باشد که فرض واریانس ثابت و نرمال بودن باقیمانده‌ها اینا نشود لذا در این شرایط به دنبال روش‌های تعیینی و جایگزین برای برآراش تابع به داده‌ها می‌رویم که این روش‌ها شامل روش‌های غیرپارامتریک رتبه‌ای یا خطوطی که به جز مربع باقیمانده‌ها را مینیمم کند می‌باشد. رگرسیون خطی چندگانه (MLR) بسط رگرسیون خطی ساده^۲ برای چندین متغیر توصیفی می‌باشد. مدل MLR به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

1- Ordinary Least Square (OLS).

2- Simple Linear Regression (SLR).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (1)$$

که در آن y عرض از مبدأ و β_i شیب هر متغیر و ϵ باقیمانده یا به عبارتی خطای داده‌ها می‌باشد.

۳.۰۲ رگرسیون مقاوم

یکی دیگر از مدل‌های رگرسیونی موفق رگرسیون مقاوم یا رگرسیون ریوست می‌باشد که به روش‌های رگرسیون گفته می‌شود که رفتار باثبات و مقاومی در برابر وجود داده‌ی غیر معمول دارند. بعضی از روش‌های معمول رگرسیون مانند کمترین مربعات در صورت صدق فرض‌های آنان به خوبی کار می‌کنند اما در مورد داده‌هایی که از فرض‌های آنان تخلف می‌کنند شاید به خوبی عمل نکنند. به ویژه، روش کمترین مربعات نسبت به داده‌ی پرت حساس است. مسئله‌ی دیگر وجود ناهمواری‌انسی در داده است. روش‌های پارامتری و ناپارامتری مختلفی برای رگرسیون باثبات پیشنهاد شده‌است. به عنوان روش کمترین قدر مطلق معادل باثبات‌تری برای کمترین مربعات می‌باشد [8].

$$s = \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i)| \quad (3)$$

همان‌گونه که در معادله (3) مشخص می‌باشد به جای توان دوم خطای رگرسیون از قدر مطلق خطای استفاده می‌شود که وجود داده‌ی پرت تأثیر کمتری بر قدر مطلق خطای نسبت به مربع خطای دارد.

۳.۰۳ رگرسیون ریج^۱

یکی دیگر از روش‌های رگرسیونی رگرسیون ریج می‌باشد. این رگرسیون یک روش حل برای آنالیز داده‌هایی است که از چند بعد دارای شرایط غیرخطی باشند. وقتی که داده‌های چندبعدی^۲ باشند در نتیجه روش حداقل مربعات معمولی ناریب می‌شود و واریانس آن‌ها از مقدار واقعی فاصله می‌گیرد. با افزودن درجه‌ای از بایاس در تقریب رگرسیون، این روش از خطای استاندارد داده‌ها می‌کاهد. این کار باعث ایجاد رابطه بهتر جهت تخمین داده‌ها می‌گردد. همچنین روش‌های مشابه فراوانی وجود دارند که در بین آن‌ها این روش از محبوبیت بیشتری برخوردار است. رابطه رگرسیونی به صورت ماتریسی به صورت معادله زیر می‌باشد [9].

$$Y = XB + e \quad (0)$$

که Y متغیر وابسته و X متغیر مستقل می‌باشد. همچنین B ضریب رگرسیون و e خطای باقیمانده‌هاست. در رگرسیون ریج استاندارد کردن متغیرهای مستقل و وابسته اولین قدم می‌باشد که بعد از انکه رگرسیون محاسبه شد دوباره مقادیر به حالت اولیه خود تبدیل می‌شوند. در این رگرسیون ابتدا مانند کمترین مربعات به محاسبه B می‌پردازیم:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2)$$

همچنین زمانی که متغیرها استاندارد باشند رابطه زیر برقرار است:

$$X'X = R \quad (3)$$

که R ماتریس آزادی می‌باشد و روابط ماتریس واریانس و کواریانس و امید ریاضی به صورت زیر است:

$$E(\hat{B}) = B \quad (4)$$

$$V(\hat{B}) = \sigma^2 R^{-1} \quad (5)$$

که فرض ما بر این اساس است که $\sigma = 1$. از معادلات بالا به رابطه زیر می‌رسیم:

$$V(\hat{b}_j) = r^{jj} = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (6)$$

1- Ridge Regression Estimates

2- Multicollinearity

که R^2 همان میزان R به توان دو یا R-Square رگرسیون می‌باشد. حال روش رگرسیون با اختلاف کردن یک مقدار K به ماتریس کروولیشن عمل می‌کند:

$$\tilde{B} = (R + KI)^{-1} X' Y \quad (6)$$

که K یک مقدار مثبت کمتر از یک می‌باشد و در حالت معمول مقدار آن ۰.۳ می‌باشد. همچنین مقدار بایاس از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E(\tilde{B} - B) = [(X'X + KI)^{-1} X'X - I]B \quad (7)$$

همچنین ماتریس کواریانس طبق زیر محاسبه می‌شود:

$$V(\tilde{B}) = (X'X + KI)^{-1} X'X (X'X + KI)^{-1} \quad (8)$$

می‌توان اثبات کرد یک مقداری برای k وجود دارد که خطای رگرسیون از خطای روش معمول حداقل مریعات کمتر شود. همچنین برای محاسبه K روابط زیادی وجود دارد که یکی از معروف‌ترین آن رابطه‌ی هیر و کینارد (1976) می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{\rho s^2}{\tilde{B}' \tilde{B}} \quad (9)$$

۳.۴ رگرسیون وايت با رویکرد کمترین مریعات^۲

روش رگرسیونی وايت با رویکرد مشابه ریج عمل می‌کند به این صورت که اگر معادله زیر یک معادله رگرسیونی باشد:

$$y = XB + \epsilon \quad (10)$$

که ۰ = E(ε) و Φ = (εε') می‌باشد. لذا به جای محاسبه OLS به صورت رابطه $\widehat{B} = (X'X)^{-1} X' y$ می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$Var(\widehat{B}) = (X'X)^{-1} X' \Phi X (X'X)^{-1} \quad (11)$$

که اگر خطاهای دارای واریانس همسانی باشند رابطه $I = \sigma^2 \Phi$ برقرار می‌شود و معادله بالا ساده می‌گردد. حال با توجه به $e_i = y_i - x_i \widehat{B}$ و با توجه به اینکه x_i ردیف آن از X می‌باشد لذا ماتریس کواریانس حداقل مریعات را طبق رابطه زیر می‌توان تقریب زد:

$$OLSCM = \frac{\sum e_i^2}{N - K} (X'X)^{-1} \quad (12)$$

که N تعداد نمونه و K تعداد متغیرها می‌باشد. رابطه OLSCM برای بررسی اطمینان از همگنی پراکنش یا همسانی واپریانس داده‌های رگرسیون به کار می‌رود که در صورت صحیح بودن طبق روابط بالا و ساده شدن محاسبه Φ به محاسبه رگرسیون می‌بردازیم. در اغلب مواقع این اتفاق نمی‌افتد و باید از ماتریس $\widehat{\Phi} = \text{diag}[e_i^2]$ HCCM^۳ استفاده کنیم. ایده‌ای که پشت این رابطه نهفته است، استفاده از e_i^2 برای تخمین Φ می‌باشد که برابر رابطه $[e_i^2]$ می‌باشد که درنهایت معادله زیر بدست می‌آید:

$$HC0 = (X'X)^{-1} X' \widehat{\Phi} X (X'X)^{-1} = (X'X)^{-1} X' \text{diag}[e_i^2] X (X'X)^{-1} \quad (13)$$

که این معادله شایع ترین معادله HCCM می‌باشد و همانطور که وايت و همکاران در سال ۱۹۸۰ بیان کردند، HC0 برای موقعی که همسانی واپریانس \widehat{B} نامشخص باشد کاربرد دارد. همچنین یکسری اصلاحات در زمان‌های بعد به این معادله تحت عنوان HC1, HC2 و HC3 توسط دیگر دانشمندان اعمال شد که در این تحقیق نمی‌گنجد [10].

۴. نتایج و تحلیل آن‌ها

قبل از نرمال سازی داده‌ها به آنالیز اولیه داده‌های خام می‌پردازیم که با احتساب ۱۲ متغیر ورودی و خروجی شامل نتایج جدول ۱ است:

1- Hoerl and Kinnard

2- White's adjusted heteroscedastic consistent Least-squares Regression

3- Heteroscedasticity Consistent Covariance Matrix

جدول ۱: توزیع آماری متغیرهای موجود در خروجی واحد بیولوژیکی و زلال ساز

متغیر	میانگین	مینه	مد	مینه	واریانس	انحراف از معیار
COD (6813)	۱۰۰.۹۵	۹۰	۵۰	۳۸	۲۹۷	۴۵.۷۶۱۵
COD (6806 A)	۱۳۵.۶۳	۱۲۱.۵	۵۰	۴۹	۸۲۵	۷۴.۶۶
N (6806 A)	۷.۴۳	۷.۲	-	۰.۴	۲۳.۲	۴.۰۴
P (6806 A)	۱.۶۶۵۹	۱.۲	۱.۱	۰.۱	۱۵۰	۵.۴
PH (6806 A)	۷.۲	۷.۳	۷.۴	۳.۹	۸۸	۰.۵۷۷
SST (6806 A)	۲۷۱.۲۱	۲۵۰	-	۵۰	۸۵۰	۱۲۹.۵۶۷
COD (6806 B)	۱۴۲.۸۶	۱۲۶.۵	۵۰	۴۳	۸۱۴	۸۳.۶۵
N (6806 B)	۸.۱۶۷	۷.۲	۸.۳	۰.۴	۴۶۰	۱۶.۹۷
P (6806 B)	۱.۵۹۹۴	۱.۲	-	۰.۱	۱۴۳	۵.۱۴۹۸
PH (6806 B)	۷.۱۹	۷.۳	۷.۴	۳.۹	۸۵	۰.۵۸۳۳
SST (6806 B)	۲۸۷.۰۸	۲۶۰	۲۰۰	۵۰	۷۶۰	۱۴۲.۴۹۶

قبل از استاندارد سازی، داده‌های خروجی را یک گام یعنی ۸ ساعت گام^۱ می‌دهیم و بدین صورت روش ارائه شده بدین صورت است که با توجه به ویژگی سیال و عدم یک سیستم صفر و یکی برای ورودی و خروجی، داده‌های چند ساعت قبل ورودی هم لزوماً در خروجی مدل تاثیرگذار می‌باشد. لذا بعد از اضافه کردن متغیرهای جدید که همان گام‌های متغیرهای قدیمی می‌باشند و با استفاده از همان متغیرهای قبلی، مجموعاً ۲۰ متغیر خواهیم داشت که بعد از محاسبه ماتریس کروولیشن آنها و با درنظر گرفتن روابط متغیرها و خواص هر یک از آنها و ویژگی‌هایی که دارند ۱۱ متغیر از ۲۰ متغیر خود را که وجود آنها به عنوان متغیر ورودی را حذف کردیم و با کاهش متغیرها در مرحله اول، نتایج را بررسی می‌کنیم. درنهایت متغیرهایی که میزان کروولیشن بالایی با هم هستند را از ورودی کاهش می‌دهیم تا مدل، ساده‌تر گردد (کمک در جهت جلوگیری از اندازه‌گیری داده‌های غیر ضروری و کاهش هزینه). درنهایت ما دارای ۹ متغیر ورودی و ۲ متغیر خروجی مطابق جدول ۲ هستیم که باید استاندارد شوند.

جدول ۲: متغیرها و پارامترهای مورد استفاده در گزینش نهایی برای مدل

COD (6806A)	متغیرهای ورودی مدل
N(6806A)	
P(6806A)	
PH(6806A)	
SST(6806A)	
COD with Lag (6806A)	
N with Lag (6806A)	
N(6806B)	
N with Lag (6806B)	
COD(6813)	متغیرهای خروجی مدل

بعد از انجام مراحل بالا با استفاده از روش نرمال سازی مطابق فرمول ۱۸ عمل می‌کنیم.

$$Z = 2 \times \frac{x_i - \min(X)}{\text{Max}(X) - \text{Min}(X)} - 1 \quad (18)$$

در معادله $i = 18$ X_i بیانگر هر کدام از داده‌ها، X بیانگر ماتریس داده‌ها و Z معادل ماتریس داده‌های نرمال شده می‌باشد. بعد از انجام پیش‌پردازش‌های مذکور برای ارزیابی مدل‌سازی‌های انجام شده، بعد از انکه داده‌ها به بخش‌های آموزشی و اعتبارسنجی و تست یا آزمایشی تقسیم شد، از داده‌های تست جهت ارزیابی مدل‌های پیاده شده با استفاده از شاخص‌های ذکر شده در روابط زیر اقدام می‌کنیم

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - y'_i)^2}{\sum_{i=1}^N y_i^2} \right) \quad (19)$$

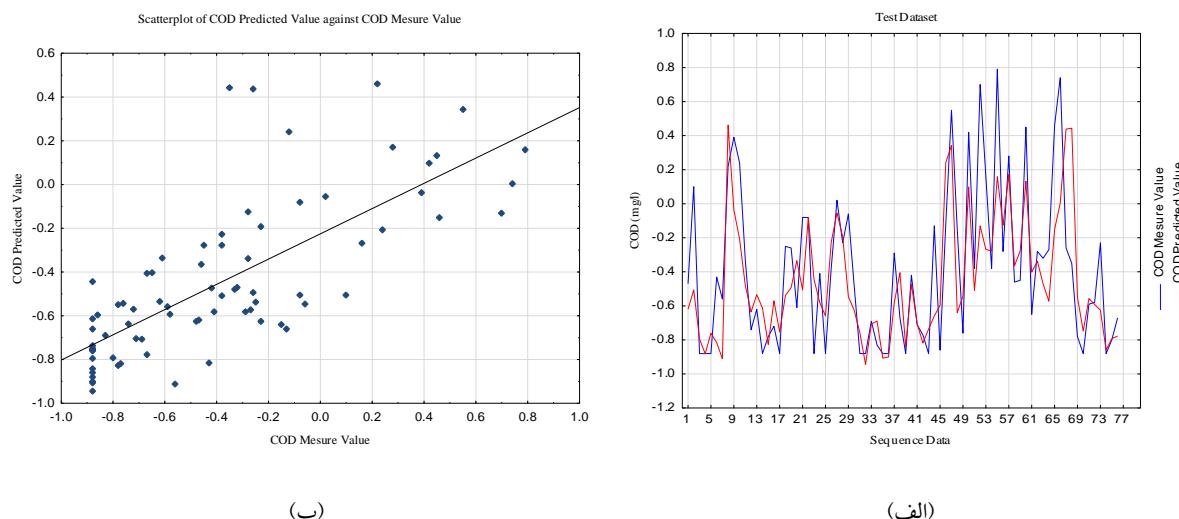
$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y'_i)^2 \quad (20)$$

$$R = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (21)$$

که در معادلات بالا y' نشان‌گر خروجی مدل و y نشان‌گر مشاهدات اندازه‌گیری می‌باشد. درنهایت همه محاسبات در برنامه MATLAB 2016-a و با شرایط مشابه پیاده شده‌اند. حال خروجی مدل ما شامل جدول ۳ می‌باشد.

جدول ۳: مقادیر شاخص‌های مدل ایجاد شده در تخمین COD واحد زلال‌ساز

R	MSE	R^2	نوع مدل	ردیف
.784727	.0089054	.6096	رگرسیون مقاوم	۱
.75	.0090050	.5734	رگرسیون ریج	۲
.754013	.009014	.5682	رگرسیون وايت با رویکرد کمترین مربعات	۳
.751233	.0090204	.5626	روش کمترین مربعات معمولی	۴



شکل ۲۰: شکل مربوط به قسمت (الف): مقادیر COD تخمینی و مشاهداتی برای داده‌های تست و (ب): نمودار خطی رابطه بین COD مشاهداتی و تخمینی مربوط به مدل رگرسیون مقاوم

با توجه به اینکه مدل رگرسیون مقاوم با میزان کارایی $R=0.784727$ بهترین تقریب را در خصوص میزان COD واحد زلال‌ساز تصفیه‌خانه پتروشیمی فجر ارائه نمود (شکل ۲) لذا رابطه پیشنهادی این تحقیق با توجه به پارامترهای کیفی خروجی قسمت بیولوژیکی و با توجه به روابط ۴ الی ۱۳ به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \text{COD}_{6813(t)} = & (0.20439 \times \text{COD}_{6806A(t-8hr)}) + (0.036955 \times N_{6806A(t-8hr)}) \\ & + (0.012338 \times P_{6806A(t-8hr)}) - (0.13179 \times PH_{6806A(t-8hr)}) \\ & + (0.060349 \times SST_{6806A(t-8hr)}) \\ & - (0.080425 \times COD_{6806A(t)}) + (0.665653 \times N_{6806A(t)}) \\ & - (0.060715 \times N_{6806B(t-8hr)}) + (0.117426 \times N_{6806B(t)}) \end{aligned} \quad (22)$$

در معادله (۲۲)، t نشان‌گر زمان حاضر و $t-8hr$ بیان‌گر زمان مربوط به ۸ ساعت قبل می‌باشد

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از چهار مدل رگرسونی خطی معروف، به بررسی واحد زلال‌ساز تصفیه‌خانه صنعتی پرداختیم که درنهایت مدل رگرسیون مقاوم در مقایسه با دیگر روش‌های رگرسیونی موجود، $R=0.748$ را تا میزان ۰.۷۴۸ تخمین نمود که یکی از دلایل موفقیت این مدل، ساختار ریاضی آن در مواجهه با داده‌های شوک بود که از آن می‌توان به عنوان یک رابطه خطی چندگانه در تخمین میزان COD واحد زلال‌ساز استفاده نمود. پس درنهایت به این نتیجه رسیدیم که معادله‌هایی همچون معادله (۲۲) در تصفیه‌خانه‌ها می‌تواند جایگزین روش‌های مدل فیزیکی و ریاضی باشند و از هزینه زمان و اندازه‌گیری و آزمایش بکاهند و زیربنایی برای مکانیزه کردن واحدهای تصفیه پس از آینده باشند که استفاده از آن‌ها می‌تواند در جهت بهینه‌نمودن فرایند‌های موجود و حتی مصرف کمترین میزان برق و تولید حداکثر گاز متان کمک کند.

۶. مراجع

1. Xiupeng, Wei., Andrew, Kusiak., (2015). Short-term prediction of influent flow in wastewater treatment plant. DOI 10.1007/s00477-014-0889-0. Stoch Environ Res Risk Assess (2015) 29:241–249.
2. M. ÈURLIN. (2008). Modeliranje procesa biološke obrade otpadne vode, Kem. Ind. 57 (2) 59–67.
3. Hamid Zare Abyaneh., (2014). Evaluation of multivariate linear regression and artificial neural networks in prediction of water quality parameters. J Environ Health Sci Eng. 2014 Jan 23. doi: 10.1186/2052-336X-12-40.
4. Dennis, R., Helsel, & Ronert, M., Hirsch., (1992). Statistical methods in water resource. (U.S.G.S.).
5. حسنلو، ن، مهردادی، ح، نائب، ف، گلبایی. (۱۳۹۱). استفاده از روش تحلیل عاملی در مدل‌سازی عصبی واحد تصفیه پساب با نمک پایین تصفیه‌خانه فجر، هفتمین همایش ملی و نمایشگاه تخصصی مهندسی محیط‌زیست، تهران، دانشکده محیط‌زیست.
6. شریعت‌زاده، م. ۱۳۸۸، سیمای زیست محیطی پتروشیمی فجر.
7. مردانی، ن. ۱۳۸۸، معرفی فرایند تصفیه پساب تصفیه‌خانه فجر، نشریه داخلی پتروشیمی فجر.
8. James, P., LeSage., (1998). Spatial Econometrics. Department of Economics University of Toledo.
9. Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., and Tibshirani, R. (2004). Least angle regression. Annals of Statistics, 32 (2): 409–499.
10. Badi, H., Baltagi., (2002). Econometrics. (3rd Edition). Springer.